



练习册

主编 肖德好

全品

学练考

高中数学

必修第二册 RJB

细分课时

分层设计

落实基础

突出重点

详答案本

01

【课前预习】精炼呈现，使琐碎知识逻辑更清晰；诊断分析解决易错，排查知识陷阱

课前预习

知识导学 素养初识

◆ 知识点一 数乘向量的定义

一般地，给定一个实数 λ 与任意一个向量 a ，规定它们的乘积是一个向量，记作 λa ，其中：

(1) 当 $\lambda \neq 0$ 且 $a \neq 0$ 时， λa 的模为 $|\lambda| |a|$ ，而且 λa 的方向如下：

① 当 $\lambda > 0$ 时，与 a 的方向_____；

② 当 $\lambda < 0$ 时，与 a 的方向_____。

(2) 当 $\lambda = 0$ 或 $a = 0$ 时， $\lambda a =$ _____。

实数 λ 与向量 a 相乘的运算简称为数乘向量。

◆ 知识点二 数乘向量的几何意义

1. 数乘向量的结果是一个_____，这个向量与原来的向量_____，即_____。

2. 数乘向量的几何意义是，把向量沿着它的方向或反方向_____。

◆ 知识点三 数乘向量的应用

1. 当 λ, μ 为实数， a 为向量时， $\lambda(\mu a) =$ _____。

2. 若存在实数 λ ，使得_____，则 $b \parallel a$ 。

【诊断分析】判断正误。（请在括号中打“√”或“×”）

(1) 两个具有公共终点的向量，一定是共线向量。 ()

(2) $\lambda a = 0$ (λ 为实数)，则 λ 必为零。 ()

(3) λ, μ 为实数，若 $\lambda a = \mu b$ ，则 a 与 b 共线。 ()

02

【课中探究】采用分层式设计，通过题组、拓展形式凸显讲次重点

◆ 探究点一 指数函数定义的应用

例 1 (1) (多选题) 下列各函数中是指数函数的是 ()

A. $y = 3^x$ B. $y = -3^x$

C. $y = (-3)^x$ D. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(2) [2023 · 吉林长春外国语学校高一期末] 若函数 $f(x) = (a^2 - 5a + 7)a^x + 6 - 2a$ 是指数函数，则 $a =$ _____。

变式 (1) 指数函数 $f(x)$ 的图象经过点 $P\left(3, \frac{1}{27}\right)$ ，则 $f(-2) =$ ()

A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

C. $\frac{1}{3}$ D. 9

(2) 已知 p : 函数 $f(x) = (m^2 - 3m + 3)m^x$ 是指数函数， $q: m^2 - 3m + 2 = 0$ ，则 q 是 p 的 ()

A. 充要条件

B. 充分不必要条件

C. 必要不充分条件

D. 既不充分也不必要条件

◆ 探究点三 利用指数函数的单调性比较大小

例 3 比较下列各组数的大小：

① $1.8^{2.2}$ _____ $1.8^{3.2}$ ；② $0.3^{-0.4}$ _____ $0.3^{-0.6}$ ；

③ $2.1^{0.3}$ _____ $0.9^{3.1}$ ；④ $\left(\frac{4}{5}\right)^{\frac{1}{2}}$ _____ $\left(\frac{9}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$ 。

变式 将下列各数按从小到大排序： $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$ ， $2^{\frac{2}{5}}$ ，

$\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ ， $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{2}}$ ， $\left(\frac{5}{6}\right)^0$ 。

【素养小结】

比较幂的大小的方法：

(1) 底数相同的直接利用单调性；

(2) 底数、指数都不同的把 1 作为中间量比较；

(3) 底数不同指数相同的借助图象间的关系比较。

拓展 (多选题) 已知实数 a, b 满足等式 $2^a = 3^b$ ，则下列关系式中可能成立的是 ()

A. $0 < b < a$

B. $a < b < 0$

C. $b < a < 0$

D. $a = b$

03

本章总结提升精选典型题和高考题，提前对接高考

◆ 题型三 函数性质的综合应用

[类型总述] (1)判断与基本初等函数有关的函数的奇偶性;(2)基本初等函数的单调性判断及应用;(3)利用单调性比较大小.

考向一 奇偶性与单调性问题

例 3 (1)已知函数 $f(x) = \lg(x^2 - 4x - 5)$ 在 $(a, +\infty)$ 上单调递增, 则 a 的取值范围是 ()

- A. $(2, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$
C. $(5, +\infty)$ D. $[5, +\infty)$

变式 (1)设 $a > 0$, 函数 $f(x) = \log_2(ax^2 - x)$ 在区间 $(1, +\infty)$ 上单调递增, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $0 < a \leq 1$ B. $0 < a \leq \frac{1}{2}$
C. $a \geq 1$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

考向二 比较大小

例 4 (1)[2022·全国甲卷] 已知 $9^m = 10, a = 10^m - 11, b = 8^m - 9$, 则 ()

- A. $a > 0 > b$ B. $a > b > 0$
C. $b > a > 0$ D. $b > 0 > a$

(2)已知 $a = \log_5 2, b = \log_8 3, c = \frac{1}{2}$, 则下列判断正确的是 ()

- A. $c < b < a$ B. $b < a < c$
C. $a < c < b$ D. $a < b < c$

变式 (1)已知定义在 \mathbf{R} 上的函数 $f(x) = 2^{1x-m} - 1$ (m 为实数) 为偶函数, 记 $a = f(\log_{0.5} 3), b = f(\log_2 5), c = f(2m)$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $a < b < c$ B. $c < a < b$
C. $a < c < b$ D. $c < b < a$

04

课时训练选题兼顾典型性和新颖性以及情境命题，增强学生思维训练

三、解答题

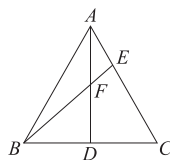
13. 设 e_1, e_2 是两个不共线的向量, $\overrightarrow{AB} = 3e_1 - 2e_2, \overrightarrow{BC} = 4e_1 + e_2, \overrightarrow{CD} = 8e_1 - 9e_2$.

- (1)求证: A, B, D 三点共线;
(2)试确定 λ 的值, 使 $2\lambda e_1 + e_2$ 和 $e_1 + \lambda e_2$ 共线;
(3)若 $e_1 + \lambda e_2$ 与 $\lambda e_1 + e_2$ 不共线, 试求 λ 的取值范围.

► 思维探索 选做题

*** 15.** (多选题) 如图, 在等边三角形 ABC 中, $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{EC} = 2\overrightarrow{AE}, AD$ 与 BE 交于点 F , 则下列结论正确的是 ()

- A. $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
B. $\overrightarrow{BE} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$
C. $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$
D. $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$



05

精选试题，穿插设置滚动习题，无缝对接阶段性复习巩固

► 滚动习题 (一)

范围 4.1

(时间: 45 分钟 分值: 100 分)

一、单项选择题: 本大题共 6 小题, 每小题 5 分, 共 30 分.

- 1.** 已知 $a > 0$, 则 $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}} =$ ()
A. $a^{\frac{1}{2}}$ B. $a^{\frac{3}{2}}$
C. $a^{\frac{2}{3}}$ D. $a^{\frac{1}{3}}$
- 2.** 设集合 $A = \{x \mid |x-1| < 2\}, B = \{y \mid y = 2^x, x \in [0, 2]\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $[0, 2]$ B. $(1, 3)$
C. $[1, 3)$ D. $(1, 4)$

二、多项选择题: 本大题共 2 小题, 每小题 6 分, 共 12 分.

- 7.** 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x + 1} + a$ ($a \in \mathbf{R}$), 则下列说法正确的是 ()
A. $f(x)$ 可能是奇函数
B. $f(x)$ 可能是偶函数
C. $y = f(x) + f(-x)$ 是偶函数
D. $y = f(x) - f(-x)$ 是减函数

Contents

04 第四章 指数函数、对数函数与幂函数

PART FOUR

4.1 指数与指数函数	练 001/导 139
4.1.1 实数指数幂及其运算	练 001/导 139
4.1.2 指数函数的性质与图象	练 003/导 141
第 1 课时 指数函数的性质与图象	练 003/导 141
第 2 课时 指数函数的性质与图象的应用	练 005/导 144
🔗 滚动习题（一） [范围 4.1]	练 007
4.2 对数与对数函数	练 009/导 146
4.2.1 对数运算	练 009/导 146
4.2.2 对数运算法则	练 011/导 149
4.2.3 对数函数的性质与图象	练 013/导 151
第 1 课时 对数函数的性质与图象	练 013/导 151
第 2 课时 对数函数的图象及其性质的应用	练 015/导 154
🔗 滚动习题（二） [范围 4.1~4.2]	练 017
4.3 指数函数与对数函数的关系	练 019/导 156
4.4 幂函数	练 021/导 158
4.5 增长速度的比较	练 023/导 161
4.6 函数的应用(二)	练 025/导 163
🔗 滚动习题（三） [范围 4.3~4.6]	练 027
4.7 数学建模活动：生长规律的描述	导 166
🔗 本章总结提升	导 168

05 第五章 统计与概率

PART FIVE

5.1 统计	练 029/导 172
5.1.1 数据的收集	练 029/导 172
5.1.2 数据的数字特征	练 031/导 175
第 1 课时 最值、平均数、中位数、百分位数	练 031/导 175
第 2 课时 众数、极差、方差与标准差	练 033/导 178
5.1.3 数据的直观表示	练 035/导 180
第 1 课时 柱形图、折线图、扇形图、茎叶图	练 035/导 180
第 2 课时 频数分布直方图与频率分布直方图	练 038/导 182
5.1.4 用样本估计总体	练 041/导 185
第 1 课时 用样本的数字特征估计总体的数字特征	练 041/导 185
第 2 课时 用样本的分布来估计总体的分布	练 044/导 188
🔗 滚动习题（四） [范围 5.1]	练 047
5.2 数学探究活动：由编号样本估计总数及其模拟	导 190

5.3 概率	练 050/导 192
5.3.1 样本空间与事件	练 050/导 192
5.3.2 事件之间的关系与运算	练 052/导 194
5.3.3 古典概型	练 054/导 197
第 1 课时 古典概型	练 054/导 197
第 2 课时 古典概型的应用	练 056/导 199
5.3.4 频率与概率	练 058/导 202
5.3.5 随机事件的独立性	练 060/导 203
5.4 统计与概率的应用	练 062/导 206
▶ 滚动习题(五) [范围 5.3~5.4]	练 065
▶ 本章总结提升	导 208

06 第六章 平面向量初步

PART SIX

6.1 平面向量及其线性运算	练 067/导 213
6.1.1 向量的概念	练 067/导 213
6.1.2 向量的加法	练 069/导 215
6.1.3 向量的减法	练 071/导 217
6.1.4 数乘向量	练 073/导 219
6.1.5 向量的线性运算	练 075/导 221
▶ 滚动习题(六) [范围 6.1]	练 077
6.2 向量基本定理与向量的坐标	练 079/导 223
6.2.1 向量基本定理	练 079/导 223
6.2.2 直线上向量的坐标及其运算	练 081/导 225
6.2.3 平面向量的坐标及其运算	练 083/导 227
第 1 课时 平面向量的坐标表示和运算	练 083/导 227
第 2 课时 向量平行的坐标表示	练 085/导 230
6.3 平面向量线性运算的应用	练 087/导 231
▶ 滚动习题(七) [范围 6.2~6.3]	练 089
▶ 本章总结提升	导 233

◆ 参考答案(练习册) 练 091

◆ 参考答案(导学案) 导 235

测 评 卷

单元素养测评卷(一) [第四章]	卷 01
单元素养测评卷(二) [第五章]	卷 03
单元素养测评卷(三) [第六章]	卷 05
模块素养测评卷(一)	卷 07
模块素养测评卷(二)	卷 09
参考答案	卷 11

4.1 指数与指数函数

4.1.1 实数指数幂及其运算

一、选择题

1. $\left[(-\sqrt{3})^2\right]^{-\frac{1}{2}} =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $-\sqrt{3}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

2. 若 k 为正整数, 则 $(\underbrace{k+k+\cdots+k}_k)^k =$ ()

- A. k^{2k} B. k^{2k+1}
C. $2k^k$ D. k^{2+k}

3. $(3-2x)^{-\frac{3}{4}} + (x-1)^0$ 中 x 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, +\infty)$
B. $(-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, +\infty)$
C. $(-\infty, 1) \cup (1, \frac{3}{2})$
D. $(\frac{3}{2}, +\infty)$

4. [2024 · 广东茂名高一期末] 若 $m - 2n = 1$, 则 $\frac{4^n}{\sqrt[3]{8^m}} =$ ()

- A. 1 B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{2}$

*5. 若代数式 $\sqrt{2x-1} + \sqrt{2-x}$ 有意义, 则

$\sqrt{4x^2-4x+1} + 2\sqrt{(x-2)^4} =$ ()

A. 2 B. 3
C. $2x-1$ D. $x-2$

6. 下列各式正确的是 ()

- A. $8^{\frac{2}{3}} = 2$
B. $(\frac{1}{2})^{-3} = -\frac{1}{8}$

C. $\sqrt{(\pi-4)^2} = \pi-4$

D. $(\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}} = \frac{27}{8}$

7. 根式 $\frac{\sqrt{a}\sqrt{a}\sqrt{a}}{a}$ 化为分数指数幂的形式为 ()

- A. $a^{-\frac{1}{8}}$ B. $a^{\frac{1}{8}}$
C. $a^{-\frac{7}{8}}$ D. $a^{-\frac{3}{4}}$

8. (多选题) 已知 $a > 0, m, n$ 是正整数, 且 $n > 1$, 则下列各式中正确的是 ()

- A. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
B. $a^0 = 1$
C. $a^{-\frac{m}{n}} = -\sqrt[n]{a^m}$
D. $\sqrt[n]{a^n} = a$

9. (多选题) 下列说法正确的是 ()

- A. $\sqrt[12]{(-5)^4} = \sqrt[3]{-5}$
B. 已知 $a > 0, b > 0$, 则 $(a^{\frac{2}{3}} b^{\frac{1}{2}})(-3a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{3}}) \div (\frac{1}{3} a^{\frac{1}{6}} b^{\frac{5}{6}}) = -9a$
C. $\sqrt[3]{\sqrt{9}} = \sqrt[3]{3}$
D. 已知 $x^2 + x^{-2} = 2$, 则 $x + x^{-1} = 2$

二、填空题

10. 若 $a > 0$, 则根式 $\frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt{a^{\frac{1}{2}}\sqrt{a}}}$ 的分数指数幂的形式为 _____.

11. 若 $a > 0$, 且 $a^x = 3, a^y = 5$, 则 $a^{2x+\frac{y}{2}} =$ _____.

12. $\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{6-4\sqrt{2}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}} =$ _____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. (1) 若 $3^a = 2, 3^b = 5$, 求 3^{2a-b} 的值;

(2) 若 $\frac{3a}{2} + b = 1$, 求 $\frac{9^a \cdot 3^b}{\sqrt{3^a}}$ 的值;

(3) 若 $a = 2^{-\frac{1}{3}}, b = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 求 $a^{-\frac{1}{2}} \cdot b \sqrt{ab^2} \cdot (\sqrt{a^3})^2$ 的值;

(4) 若 $a = 2.5, b = 20$, 求 $\frac{a^{\frac{\sqrt{12}}{4}} \cdot (a^{-\frac{1}{2}} \cdot b^{\frac{1}{3}})^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{12}} \cdot a^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \cdot b^{\frac{1}{4}}}$.

$\left(\frac{a^{-\frac{3}{8}}}{b^{-\frac{2}{3}}}\right)^{\frac{4}{3}}$ 的值.

14. 已知 a, b 是方程 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 的两个实根, 且

$a > b > 0$, 求 $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{a} + \sqrt{b}}$ 的值.

思维探索 选做题

15. (多选题) 若 $x^n = a (x \neq 0, n > 1, n \in \mathbf{Z})$, 则下列说法中正确的是 ()

- A. 当 n 为奇数时, x 的 n 次方根为 a
- B. 当 n 为奇数时, a 的 n 次方根为 x
- C. 当 n 为偶数时, x 的 n 次方根为 $\pm a$
- D. 当 n 为偶数时, a 的 n 次方根为 $\pm x$

16. (1) 已知 $x = a^{-3} + b^{-2} (a \neq 0, b \neq 0)$, 化简 $\sqrt[4]{x^2 - 2a^{-3}x + a^{-6}}$.

(2) 化简: $(a^4 b^{-4})^{\frac{1}{4}} \times a^0 - (a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{2}})^6 \div (ab^4) + \sqrt{(-a)^2} (a > 0, b > 0)$.

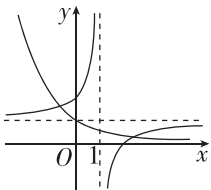
(3) 已知 $a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}} = 3$, 求 $a^3 + a^{-3}, a^3 - a^{-3}$ 的值.

4.1.2 指数函数的性质与图象

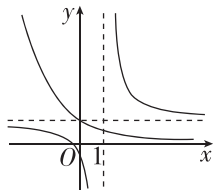
第1课时 指数函数的性质与图象

一、选择题

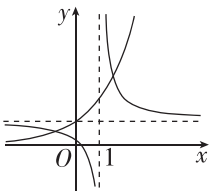
- [2023·吉林长春外国语学校高一期末] 若函数 $y=(m^2-2m-2) \cdot m^x$ 是指数函数, 则实数 m 的值为 ()
A. -1 或 3 B. -1
C. 3 D. $\frac{1}{3}$
- 函数 $y=a^x+1(a>0$ 且 $a \neq 1)$ 的图象必过点 ()
A. (0,1) B. (1,0)
C. (2,1) D. (0,2)
- 函数 $y=3^x$ 与 $y=-3^{-x}$ 的图象关于 ()
A. x 轴对称
B. y 轴对称
C. 直线 $y=x$ 对称
D. 原点对称
- [2023·上海南汇中学高一期末] 在同一直角坐标系中, 函数 $y=a^x$ 与 $y=1+\frac{1-a}{x-1}$ 的图象可能是 ()



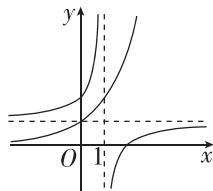
A



B



C



D

- 已知 $a=\sqrt[4]{0.6^3}$, $b=(\frac{4}{5})^{-1}$, $c=a^0$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
A. $b < a < c$ B. $a < c < b$
C. $c < b < a$ D. $a < b < c$

- 若函数 $f(x)=\begin{cases} x^2-ax+a & (x<0), \\ (4-2a)^x & (x \geq 0) \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[0,2)$ B. $(\frac{3}{2},2)$
C. $[1,2]$ D. $[0,1]$

- [2024·河南漯河高中高一期末] 已知函数 $f(x)=|2^x-1|$, 若 $a < b < c$, 且 $f(a) > f(c) > f(b)$, 则下列结论中一定成立的是 ()

- A. $a < 0, b < 0, c < 0$
B. $a < 0, b < 0, c > 0$
C. $2^{-a} < 2^c$
D. $ac < 0$

- (多选题) 下列结论中正确的是 ()

- A. 函数 $y=2^{x-1}$ 的定义域为 \mathbf{R}
B. 函数 $y=ax^2+1(a>1)$ 的值域是 $[1, +\infty)$
C. 若 $a^m > a^n (a>0, a \neq 1)$, 则 $m > n$
D. 函数 $f(x)=2^x \cdot 3^x$ 为指数函数

- (多选题) 已知函数 $f(x)=a^{x+1}+2(a>0$ 且 $a \neq 1)$ 的图象过定点 $(a-3, 3)$, 则 ()

- A. $a=3$
B. $f(1)=6$
C. $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的增函数
D. $f(x) > 10$ 的解集为 $(2, +\infty)$

二、填空题

- *10. 已知 $a=3^{-1.1}$, $b=\pi^0$, $c=3^{0.9}$, 则 a, b, c 的大小关系为_____.

- 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x>0, \\ x+1, & x \leq 0. \end{cases}$ 若 $f(a)+f(1)=0$, 则实数 a 的值为_____.

- 已知函数 $f(x)=\begin{cases} a^x, & x \leq 0, \\ 6a-x, & x > 0 \end{cases} (a>0$ 且 $a \neq 1)$ 的值域为 \mathbf{R} , 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

13. 已知函数 $f(x) = 2^x - 4^x$, 求证: $f(x)$ 在 $(-\infty, -1]$ 上单调递增.

14. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2}$.

(1) 求 $f(x)$ 的定义域;

(2) 讨论 $f(x)$ 的奇偶性.

思维探索 选做题

15. (多选题) [2023 · 重庆沙坪坝一中高一期末]

已知 $f(x) = \begin{cases} \frac{3-a}{x+1}, & -1 < x < 0, \\ a^x - \frac{1}{2}, & x \geq 0 \end{cases}$ 是定义在 $(-1,$

$+\infty)$ 上的函数, 则下列说法正确的是 ()

A. 若 $f(x)$ 为增函数, 则 a 的取值范围为 $[\frac{5}{2}, +\infty)$

B. 若 $f(x)$ 为增函数, 则 a 的取值范围为 $(3, +\infty)$

C. 若 $f(x)$ 为减函数, 则 a 的取值范围为 $[\frac{1}{2}, 1)$

D. 若 $f(x)$ 为减函数, 则 a 的取值范围为 $(0, 1)$

16. 已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $[1, 2]$ 上的最大值为 M , 最小值为 N .

(1) 若 $M + N = 6$, 求实数 a 的值;

(2) 若 $M = 2N$, 求实数 a 的值.

第2课时 指数函数的性质与图象的应用

一、选择题

1. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2^x} + \frac{1}{\sqrt{x+3}}$ 的定义域为 ()
 - A. $(-3, 0]$
 - B. $(-3, 1]$
 - C. $(-\infty, -3) \cup (-3, 0]$
 - D. $(-\infty, -3) \cup (-3, 1]$
2. 使不等式 $9^{2x-1} < 3^{\frac{3}{2}}$ 成立的 x 的取值范围是 ()
 - A. $(-\infty, \frac{7}{8})$
 - B. $(-\infty, \frac{3}{4})$
 - C. $(\frac{7}{8}, +\infty)$
 - D. $(\frac{3}{4}, +\infty)$
3. 函数 $y = 2^{\sqrt{-x^2+2x+3}}$ 的单调递增区间为 ()
 - A. $(-\infty, 1]$
 - B. $[-1, 1]$
 - C. $[1, 3]$
 - D. $[-1, 3]$
4. 已知函数 $f(x) = (a^2 - 1)^x$, 若 $x > 0$ 时总有 $f(x) > 1$, 则实数 a 满足的条件是 ()
 - A. $1 < |a| < 2$
 - B. $|a| < 2$
 - C. $|a| > 1$
 - D. $|a| > \sqrt{2}$
5. [2023·江苏宿迁高一期末] 若关于 x 的方程 $(\frac{1}{3})^{|x|} = k$ 有两个不等实根, 则实数 k 的取值范围为 ()
 - A. $(0, 1)$
 - B. $(-1, 0)$
 - C. $(-\infty, -1)$
 - D. $(1, +\infty)$
6. 已知函数 $f(x) = m \cdot 4^x - 2^x$, 若存在非零实数 x_0 , 使得 $f(-x_0) = f(x_0)$ 成立, 则实数 m 的取值范围是 ()
 - A. $(0, \frac{1}{2})$
 - B. $(0, 2)$

C. $[\frac{1}{2}, +\infty)$

D. $[2, +\infty)$

- *7. 已知函数 $f(x) = 3^x - (\frac{1}{3})^x + 2$, 若 $f(a^2) + f(a-2) > 4$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 - A. $(-\infty, 1)$
 - B. $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$
 - C. $(-2, 1)$
 - D. $(-1, 2)$
- *8. (多选题) 若不等式 $m \cdot 2^x < 2x + 2$ 对一切的 $m \in [1, 2]$ 恒成立, 则实数 x 的值可能是 ()
 - A. $\frac{1}{30}$
 - B. $2^{0.1}$
 - C. $3^{-0.2}$
 - D. $\frac{3}{5}$

9. (多选题) 已知函数 $f(x) = e^{-x^2-2ax}$ ($a \in \mathbf{R}$), 则 ()
 - A. 若 $f(x)$ 是偶函数, 则 $a = 0$
 - B. 无论 a 取何值, $f(x)$ 都不可能是奇函数
 - C. $f(x)$ 在区间 $[-a, +\infty)$ 上单调递减
 - D. $f(x)$ 的最大值小于 1

二、填空题

10. [2024·广东东莞高一期末] 设 $a = 2^{0.6}$, $b = (\frac{1}{2})^{-13}$, $c = (\frac{2}{3})^{1.3}$, 则 a, b, c 的大小关系是 _____ . (用“<”连接)
11. 设函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x}, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0, \end{cases}$ 则满足 $f(x+1) < f(2x)$ 的 x 的取值范围是 _____ .
12. 已知 $f(x) = |2^x - 1|$, 若 $f(a) = f(b)$ ($a \neq b$), 则 $a+b$ 的取值范围是 _____ .

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

三、解答题

13. 某地为践行绿水青山就是金山银山的理念,大力开展植树造林.假设一片森林原来的面积为 a 亩,计划每年种植一些树苗,且森林面积的年增长率相同,当面积是原来的3倍时,所用时间是10年.

- (1)求森林面积的年增长率;
- (2)到今年为止,森林面积为原来的 $\sqrt{3}$ 倍,则该地已经植树造林多少年?

14. 已知函数 $f(x) = 3^x + k \cdot 3^{-x}$ 为奇函数.

- (1)求实数 k 的值;
- (2)若关于 x 的不等式 $f(9^{ax^2-2x}-1) + f(1-3^{ax-2}) < 0$ 只有一个整数解,求实数 a 的取值范围.

思维探索 选做题

*15. 已知函数 $f(x) = \frac{3^{x+1} + a}{3^x + 1}, x \in [0, 1]$, 若对任意 $x_1, x_2, x_3 \in [0, 1]$, 总有 $f(x_1), f(x_2), f(x_3)$ 为某一个三角形的边长, 则实数 a 的取值范围是_____.

16. [2023·江苏苏州中学高一月考] “函数 $y = f(x)$ 的图象关于坐标原点成中心对称图形”的充要条件是“函数 $y = f(x)$ 为奇函数”, 可以将其推广为: “函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $P(a, b)$ 成中心对称图形”的充要条件是“函数 $y = f(x+a) - b$ 为 y 关于 x 的奇函数”. 给定函数

$$f(x) = \frac{1}{3^x + 1}.$$

- (1)求 $f(x)$ 的图象的对称中心;
- (2)已知函数 $g(x) = -x^2 + mx$, 若对任意的 $x_1 \in [-1, 1]$, 总存在 $x_2 \in [1, +\infty)$, 使得 $g(x_1) \leq f(x_2)$, 求实数 m 的取值范围.



► 滚动习题 (一)

范围 4.1

(时间:45 分钟 分值:100 分)

一、单项选择题:本大题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 已知 $a > 0$, 则 $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}} =$ ()

- A. $a^{\frac{1}{2}}$ B. $a^{\frac{3}{2}}$
C. $a^{\frac{2}{3}}$ D. $a^{\frac{1}{3}}$

2. 设集合 $A = \{x \mid |x-1| < 2\}$, $B = \{y \mid y = 2^x, x \in [0, 2]\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $[0, 2]$ B. $(1, 3)$
C. $[1, 3)$ D. $(1, 4)$

3. 已知 $ab = 1 (a > 0, b > 0 \text{ 且 } a \neq b)$, $f(x) = a^x$, $g(x) = b^x$, 则关于函数 $f(x), g(x)$ 的说法正确的是 ()

- A. 函数 $f(x), g(x)$ 都单调递增
B. 函数 $f(x), g(x)$ 都单调递减
C. 函数 $f(x), g(x)$ 的图象关于 x 轴对称
D. 函数 $f(x), g(x)$ 的图象关于 y 轴对称

4. [2023 · 石家庄一中高一期末] 已知函数 $f(x) =$

$$\begin{cases} (a-1)^x, & x \leq \frac{1}{2}, \\ x + \frac{a}{x} - 2, & x > \frac{1}{2} \end{cases} \quad (a > 1) \text{ 的值域为 } D, D \subseteq \left[\frac{2}{3}, +\infty \right)$$

则 a 的取值范围是 ()

- A. $(1, 2)$ B. $(2, 3)$
C. $\left(1, \frac{16}{9}\right]$ D. $\left[\frac{16}{9}, 2\right)$

5. 若 $a = \pi^{-2}$, $b = a^a$, $c = a^{a^a}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()

- A. $c > b > a$
B. $b > c > a$
C. $b > a > c$
D. $a > b > c$

6. 对于给定的正数 k , 定义函数 $f_k(x) = \begin{cases} f(x), & f(x) \leq k, \\ k, & f(x) > k. \end{cases}$ 若对于函数 $f(x) = 2^{\sqrt{-x^2+x+2}}$

的定义域内的任意实数 x , 恒有 $f_k(x) = f(x)$, 则 ()

- A. k 的最大值为 1
B. k 的最小值为 1
C. k 的最大值为 $2\sqrt{2}$
D. k 的最小值为 $2\sqrt{2}$

二、多项选择题:本大题共 2 小题,每小题 6 分,共 12 分.

7. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x+1} + a (a \in \mathbf{R})$, 则下列说法

正确的是 ()

- A. $f(x)$ 可能是奇函数
B. $f(x)$ 可能是偶函数
C. $y = f(x) + f(-x)$ 是偶函数
D. $y = f(x) - f(-x)$ 是减函数

8. [2023 · 新疆乌鲁木齐高一期末] 已知函数 $f(x) = |a^x - 1| (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. 函数 $f(x)$ 的图象过定点 $(0, 1)$
B. 函数 $f(x)$ 的值域为 $[0, +\infty)$
C. 函数 $f(x)$ 在区间 $(-\infty, 0]$ 上单调递增
D. 若直线 $y = 2a$ 与函数 $f(x)$ 的图象有两个不同的交点, 则实数 a 的取值范围是 $(0, \frac{1}{2})$

三、填空题:本大题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

9. 已知函数 $f(x) = a^{-x+1} - 2 (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$ 恒过定点 P , 则点 P 的坐标为_____.

10. 已知函数 $f(x) = k \cdot 4^x + 2^x + 2$ 在 $(-\infty, 2]$ 上的图象总在 x 轴的上方, 则实数 k 的取值范围为_____.

11. [2023 · 重庆沙坪坝七中高一月考] 函数 $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{-x^2+2x+3}}$ 的值域为_____, 单调递增区间为_____.

班级
姓名
题号
1
2
3
4
5
6
7
8

四、解答题：本大题共 3 小题，共 43 分.

12. (13 分) (1) 计算 $\sqrt[4]{(3-\pi)^4} + (0.008)^{-\frac{1}{3}} - (0.25)^{\frac{1}{2}} \times \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{-4}$ 的值.

(2) 已知实数 a 满足 $a > 0$, 且 $a - a^{-1} = 1$, 求 $\frac{a^2 - 2 + a^{-2}}{a^2 - a^{-2}}$ 的值.

13. (15 分) 已知定义域为 \mathbf{R} 的函数 $f(x) = \frac{b - 2^x}{2^x + 1}$

是奇函数.

(1) 求 b 的值;

(2) 判断 $f(x)$ 在定义域 \mathbf{R} 上的单调性并证明;

(3) 若对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 不等式 $f(x^2 - 2x) + f(2x^2 - k) < 0$ 恒成立, 求实数 k 的取值范围.

14. (15 分) [2023 · 安徽合肥高一期末] 已知函数

$$f(x) = \frac{2^x + 2^{-x}}{2}, g(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2}.$$

(1) 若存在 $x \in (0, +\infty)$, 使得 $f(x) = t \cdot 2^x + \frac{1}{2}$ 成立, 求实数 t 的取值范围;

(2) 若不等式 $f(2x) + 2bg(x) \geq 0$ 对任意的 $x \in [1, 2]$ 恒成立, 求实数 b 的取值范围.

4.2 对数与对数函数

4.2.1 对数运算

一、选择题

1. 若 $a=b^2$ ($b>0$ 且 $b\neq 1$), 则有 ()
A. $\log_2 a=b$ B. $\log_2 b=a$
C. $\log_b a=2$ D. $\log_b 2=a$
2. [2024·福建福州高一期末] 使式子 $\log_{(2x-1)} \frac{1}{2-x}$ 有意义的 x 的取值范围是 ()
A. $(2, +\infty)$ B. $(\frac{1}{2}, 2)$
C. $(-\infty, 2)$ D. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, 2)$
3. 已知 $\log_a \frac{1}{2}=m, \log_a 3=n$ ($a>0$ 且 $a\neq 1$), 则 a^{m+2n} 等于 ()
A. 3 B. $\frac{3}{4}$ C. 9 D. $\frac{9}{2}$
4. 下列指数式与对数式互化不正确的一组是 ()
A. $e^0=1$ 与 $\ln 1=0$
B. $8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$ 与 $\log_8 \frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$
C. $\log_3 9=2$ 与 $9^{\frac{1}{2}}=3$
D. $\log_7 7=1$ 与 $7^1=7$
5. 方程 $9^x - 3^{x+1} - 4=0$ 的实数解是 ()
A. $\log_3 4$ B. 4
C. -1 D. $\log_4 3$
6. “ $a^{\frac{1}{3}} < b^{\frac{1}{3}}$ ”是“ $\ln a < \ln b$ ”的 ()
A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件
7. 已知 $a, b \in (0, 1) \cup (1, +\infty)$, 定义运算: $a \Theta b = \begin{cases} \log_a b, & a \leq b, \\ \log_b a, & a > b, \end{cases}$ 则 $8 \Theta (2 \Theta 4) =$ ()
A. -3 B. $\frac{1}{3}$ C. $\log_3 4$ D. 3
8. (多选题) 下列说法正确的是 ()
A. $\lg(\lg 10)=0$
B. $\ln(\ln e)=0$
C. 若 $10=\lg x$, 则 $x=10$
D. 若 $e=\ln x$, 则 $x=e^2$
9. (多选题) 下列指数式与对数式的互化正确的是 ()
A. $10^0=1$ 与 $\lg 1=0$
B. $27^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{3}$ 与 $\log_{27} \frac{1}{3}=-3$
C. $\log_3 9=2$ 与 $3^2=9$
D. $\log_5 5=1$ 与 $5^1=5$

二、填空题

10. 已知 $a^{\frac{1}{2}}=\frac{4}{9}$, 则 $\log_{\frac{2}{3}} a =$ _____.
11. 已知 $4^a=2, \log_a x=2a$, 则 $x =$ _____.
12. [2024·广西桂林高一期末] 已知 $a>b>0$, 且 $1+\log_{\sqrt{2}} a=2+\log_{\sqrt{3}} b=\log_{\sqrt{6}}(a-b)$, 则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值为 _____.

三、解答题

13. 求下列各式中 x 的值.
(1) $\log_{64} x = -\frac{2}{3}$; (2) $\log_x 8=6$; (3) $\lg 100=x$;
(4) $-\ln e^2=x$; (5) $\log_{(\sqrt{2}-1)} \frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}=x$.

班级
姓名

答题区
1
2
3
4
5
6
7
8
9

14. (1) 若 $\log_{\frac{1}{2}}x = m, \log_{\frac{1}{4}}y = m + 2$, 求 $\frac{x^2}{y}$ 的值.
 (2) 已知二次函数 $f(x) = (\lg a)x^2 + 2x + 4\lg a$ 的最大值为 3, 求 a 的值.

► 思维探索 选做题

15. 已知实数 a, b 满足 $a^b = b^a$, 且 $\log_a b = 2 (a > 0$ 且 $a \neq 1)$, 则 $ab =$ ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. 2 C. 4 D. 8
16. (1) 已知 $\log_{18} 9 = a, \log_{18} 54 = b$, 求 18^{2a-b} 的值.
 (2) 已知 $\log_x 27 = 3^{1+\log_3 2}$, 求 x 的值.

4.2.2 对数运算法则

一、选择题

1. [2024·安徽芜湖高一期末] $2^{1+\log_{\sqrt{2}}\sqrt{3}} =$ ()
A. 4 B. 6
C. 8 D. 10
2. [2024·山东青岛高一期末] 已知 $a = \log_2 3 \times \log_3 4 \times \cdots \times \log_{2024} 2025$, 则 a 的取值范围是 ()
A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$
C. $(10, 11)$ D. $(11, 12)$
3. $\lg 2 - \lg \frac{1}{5} - e^{\ln 2} =$ ()
A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. 3 D. -5
4. [2023·天津和平区耀华中学高一期末] 计算:
 $3^{1+\log_3 2} + \lg 5 + \log_3 2 \times \log_4 9 \times \lg 2 =$ ()
A. 5 B. 6
C. 7 D. 8
5. 若 $\log_a x = l, \log_a y = m, \log_a z = n$, 则用 l, m, n 表示 $\log_a \frac{x^3}{y^2 z^{\frac{1}{3}}}$ 所得的结果是 ()
A. $3l - 2m + \frac{1}{3}n$ B. $3l - 2m - \frac{1}{3}n$
C. $3l - 2m + 3n$ D. $3l - 2m - 3n$
6. 设 x, y 为非零实数, $a > 0$ 且 $a \neq 1$, 则下列说法中正确的个数是 ()
① $\log_a x^2 = 2\log_a x$;
② “ $xy = 1$ ”是“ $\lg x + \lg y = 0$ ”的充要条件;
③ $\log_a a^2 = 2$.
A. 0 B. 1
C. 2 D. 3
7. 已知实数 a, b 满足 $a^2 + \log_a \sqrt{b} = 4$ ($0 < a < 2$ 且 $a \neq 1$), 则 $2\log_b a - a^2 - 1$ 的最小值为 ()
A. 0 B. 1
C. -3 D. 不存在
8. (多选题)历史上数学计算方面的三大发明为阿拉伯数字、十进制和对数,常用对数在化简计算上为人们做出重大贡献,而自然对数成了研究科学、了解自然的必不可少的工具. 现有如下四个关于对数的运算,其中正确的是 ()

A. $\ln e^2 = 2$

B. $\lg 125 = 3 - 3\lg 2$

C. $\log_3 4 \times \log_3 2 = \log_3 8$

D. $\log_2 3 \times \log_3 4 \times \log_4 2 = 1$

9. (多选题)已知 $3^a = 5^b = k$, 且 $a + b = 2ab$, 则实数 k 的值可以为 ()

A. 1

B. 225

C. 15

D. $\sqrt{15}$

二、填空题

- *10. 已知 $\lg(x+2y) + \lg(x-y) = \lg 2 + \lg x + \lg y$, 则 $\frac{x}{y} =$ _____.

11. 设 $32^x = 5, 25^y = 16$, 则 $xy =$ _____.

12. [2024·广东深圳高一期末] 计算:

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{5}} 100 - \log_5 4 + \log_2 9 \times \log_3 8 - 10^{\lg 3} =$$

_____.

三、解答题

13. (1) 求 $(\lg 2)^2 + \lg 2 \cdot \lg 50 + 2\lg 5$ 的值.

(2) 若 $\lg x + \lg y = 2\lg(x-2y)$, 求 $\frac{x}{y}$ 的值.

(3) 若 $2^m = 3, 2^n = 5$, 求 $\log_{12} 20$ (用 m, n 表示).

班级	
姓名	
题号	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	

14. [2024·哈尔滨高一期末] 中国茶文化博大精深,茶水的口感与茶叶类型和水的温度有关.把物体放在冷空气中冷却,如果物体原来的温度是 T_0 °C,空气温度是 T_c °C,那么 t min 后物体的温度 $T(t)$ (单位:°C) 可由公式 $T(t) = (T_0 - T_c)e^{-kt} + T_c$ 求得,其中 k 是一个随着物体与空气的接触情况而定的常数.现有某种刚泡好的普洱茶,茶水温度是 90 °C,放在室温 20 °C 的环境中自然冷却,10 分钟后茶水的温度是 55 °C.

(1) 求 k 的值.

(2) 经验表明,当室温为 25 °C 时,该种普洱茶用 85 °C 的水泡制,自然冷却至 65 °C 时饮用,可以产生最佳口感,那么刚泡好的茶水在室温为 25 °C 时自然冷却大约需要放置多长时间才能达到最佳饮用口感? (结果精确到 0.1)

(参考数据: $\ln 2 \approx 0.7, \ln 3 \approx 1.1$)

► 思维探索 选做题

15. [2024·重庆南开中学高一期末] 已知实数 $a > 0, b > 0, a^b = 2$, 且 $b + \log_2 a = \frac{5}{2}$, 则 $\log_b 2a$ 的值为_____.

16. 甲、乙两人同时解关于 x 的方程 $\log_3 x - b \log_x 3 + c = 0$, 甲写错了常数 b , 得两根为 3 和 $\frac{1}{9}$; 乙写错了常数 c , 得两根为 $\frac{1}{27}$ 和 81. 求这个方程的根.

4.2.3 对数函数的性质与图象

第1课时 对数函数的性质与图象

一、选择题

1. 函数 $f(x)=\sqrt{x+1}\ln(1-x)$ 的定义域是 ()
A. $(-1,1)$ B. $[-1,1)$
C. $[-1,1]$ D. $(-1,1]$
2. 下列函数是对数函数的是 ()
A. $y=\log_a(2x)$
B. $y=\lg 10^x$
C. $y=\log_a(x^2+x)$
D. $y=\ln x$
3. 已知 $f(x)$ 为 \mathbf{R} 上的增函数,且 $f(\log_2 x) > f(1)$,则 x 的取值范围为 ()
A. $(2,+\infty)$
B. $(0, \frac{1}{2}) \cup (2,+\infty)$
C. $(\frac{1}{2}, 2)$
D. $(0,1) \cup (2,+\infty)$
4. [2024·内蒙古呼和浩特高一期末] 下列函数中,其定义域和值域分别与函数 $y=\ln e^x$ 的定义域和值域相同的是 ()
A. $y=x$ B. $y=\ln x$
C. $y=e^x$ D. $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$
5. [2024·广东深圳高一期末] 已知函数 $f(x)=\ln x, g(x)=\lg x$,若 $f(m)=g(n)$,则下列结论不可能成立的是 ()
A. $m=n$ B. $n < m < 1$
C. $m < 1 < n$ D. $1 < m < n$
6. [2023·江苏苏州昆山震川高级中学高一期末] 已知 $f(x)=\log_2 x, x \in [1,4]$,则 $g(x)=[f(x)]^2+f(x^2)$ 的值域是 ()

- A. $(-\infty, -3]$ B. $[0,3]$
C. $[3,+\infty)$ D. $[-3,0]$

7. 设 $a=\log_5 2, b=\log_3 3, c=\log_{15} 4$,则 ()
A. $c < b < a$ B. $b < c < a$
C. $a < c < b$ D. $a < b < c$
8. (多选题)下列四个函数的图象中过相同定点的函数有 ()
A. $y=ax+2-a$
B. $y=\log_a x+2(a>0, a \neq 1)$
C. $y=a^{x-3}+1(a>0, a \neq 1)$
D. $y=\log_a(2-x)+1(a>0, a \neq 1)$
9. (多选题)已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0, a \neq 1)$ 的图象经过点 $(4,2)$,则下列说法中正确的有 ()
A. 函数 $f(x)$ 为增函数
B. 函数 $f(x)$ 为偶函数
C. 若 $x>1$,则 $f(x)>0$
D. 若 $0 < x_1 < x_2$,则 $\frac{f(x_1)+f(x_2)}{2} < f(\frac{x_1+x_2}{2})$

二、填空题

10. 函数 $y=\begin{cases} 3^x, & x < -1, \\ \log_2 x, & x \geq 1 \end{cases}$ 的值域为 _____.
11. 已知函数 $f(x)=\log_a x(a>0$ 且 $a \neq 1)$ 在区间 $[2,4]$ 上的最大值与最小值的差为 2,则 a 的值是 _____.
12. [2024·北京石景山区高一期末] 已知函数 $f(x)=\log_2 x-x+1$,则不等式 $f(x)<0$ 的解集是 _____.

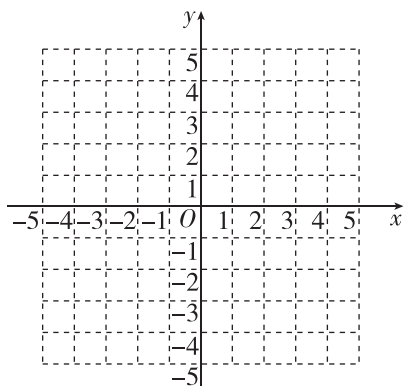
班级
姓名
答题区
题号
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. [2023·贵州六盘水高一期末] 已知函数 $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{1+x} + b$ 的图象无限接近直线 $y=2$ 但又与该直线相交.

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式, 并画出图象;

(2) 若 $f\left(\log_m \frac{1}{2}\right) > f(-1)$ ($m > 0$ 且 $m \neq 1$), 求实数 m 的取值范围.



14. 已知函数 $f(x) = \log_a(x-a) + \log_a(x-3a)$, 其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$.

(1) 若 $f(1) = 1$, 求 a 的值;

(2) 若 $a = 2$, 求不等式 $f(x) < \log_4 49 - \log_2 \frac{1}{3}$ 的解集.

思维探索 选做题

15. (多选题)[2024·贵州贵阳高一期末] 声强级 L_I (单位: dB) 由公式 $L_I = a + b \lg I$ 给出, 其中 I 为声强 (单位: W/m^2), 不同声的声强级如下表, 则 ()

I (W/m^2)	正常人能忍受最高声强 $1 \text{ W}/\text{m}^2$	正常人能忍受最低声强 $10^{-12} \text{ W}/\text{m}^2$	正常人平时谈话声强 $10^{-6} \text{ W}/\text{m}^2$	某人谈话声强 $I_T \text{ W}/\text{m}^2$
L_I (dB)	120	0	$L_{\text{正常}}$	80

A. $L_I = 10 \lg \frac{I}{10^{12}}$ B. $I = (\sqrt[10]{10})^{L_I - 120}$

C. $L_{\text{正常}} = 60$ D. $I_T = 10^{-8}$

16. 已知 $f(x) = 1 + \log_a(x+2)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), $g(x) = f(x-2)$.

(1) 若函数 $f(x)$ 的图象过定点 A , 求点 A 的坐标;

(2) 若函数 $g(x)$ 在区间 $[a, 2a]$ 上的最大值比最小值大 $\frac{1}{2}$, 求 a 的值.

第2课时 对数函数的图象及其性质的应用

一、选择题

1. 若 $0 < a < 1$, 则函数 $y = \log_a(x+5)$ 的图象 ()
- A. 不经过第一象限, 但过点 $(-4, 0)$
 B. 不经过第二象限, 但过点 $(-4, 0)$
 C. 不经过第三象限, 但过点 $(0, 1)$
 D. 不经过第四象限, 但过点 $(a-4, 1)$
2. [2024·北京通州区高一期末] 下列函数中, 其定义域和值域分别与函数 $f(x) = e^{\ln x}$ 的定义域和值域相同的是 ()
- A. $y = x$ B. $y = \ln e^x$
 C. $y = \sqrt{x^2}$ D. $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$
3. 下列函数中, 在 $(0, 2)$ 上为增函数的是 ()
- A. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+1)$
 B. $y = \log_2 \sqrt{x^2-1}$
 C. $y = \log_2 \frac{1}{x}$
 D. $y = \log_{\frac{1}{\sqrt{e}}}(x^2-4x+5)$
4. 已知函数 $f(x) = \log_a(4-ax)$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$) 在 $[0, 2]$ 上单调递减, 则 a 的取值范围是 ()
- A. $(0, 1)$ B. $(1, 2)$
 C. $(0, 2)$ D. $[2, +\infty)$
5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2 x, & x \geq 1, \\ \frac{1}{1-x}, & x < 1, \end{cases}$ 则不等式 $f(x) \leq 1$ 的解集为 ()
- A. $(-\infty, 2]$
 B. $(-\infty, 0] \cup (1, 2]$
 C. $[0, 2]$
 D. $(-\infty, 0] \cup [1, 2]$
6. 已知函数 $f(x) = |\log_2(x+1)|$, 若 $f(m) = f(n)$, $m \neq n$, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 等于 ()
- A. 1 B. -1
 C. 0 D. 2
- *7. [2024·安徽六安二中高一期末] 已知函数 $f(x) = \log_a\left(\frac{x}{a} + \frac{1}{x} - 1\right)$ ($a > 1$), 若对于定义域内任意 x_1 , 总存在 x_2 , 使得 $f(x_2) < f(x_1)$, 则满足条件的实数 a 的取值范围是 ()
- A. $(2, 6)$ B. $[2, 6)$
 C. $(4, +\infty)$ D. $[4, +\infty)$
8. (多选题) 已知函数 $f(x) = \log_a|x-1|$ 在 $(0, 1)$ 上是减函数, 则 ()
- A. $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增且无最大值
 B. $f(x)$ 在定义域内是偶函数
 C. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=1$ 对称
 D. a 的值可以为 2022
9. (多选题) [2024·重庆西南大学附中高一期末] 已知函数 $f(x) = \log_2(\sqrt{x^2+1} - x) + 3$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(0, 3)$ 对称
 B. $f(\ln 2) + f\left(\ln \frac{1}{2}\right) = 6$
 C. 函数 $f(x)$ 在定义域上单调递增
 D. 若实数 a, b 满足 $f(a) + f(b) > 6$, 则 $a + b < 0$

二、填空题

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 2x + 4, & x \leq 1, \\ \log_{\frac{1}{2}} x, & x > 1, \end{cases}$ 则 $f[f(2)] =$ _____, 函数 $f(x)$ 的单调递减区间是 _____.
11. 已知 $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$, $x \in (-1, 1)$, 若 $f(a) = \frac{1}{2}$, 则 $f(-a) =$ _____.
12. 当 $x \in \left(0, \frac{1}{2}\right)$ 时, 函数 $f(x) = \log_a(-4x^2 + \log_a x)$ 的图象恒在 x 轴下方, 则实数 a 的取值范围是 _____.

班级
姓名
答题区
1
2
3
4
5
6
7
8
9

三、解答题

13. 已知实数 x 满足 $-3 \leq \log_{\frac{1}{2}} x \leq -\frac{1}{2}$, 求函数

$$y = \log_2 \frac{x}{2} \cdot \log_2 \frac{x}{4} \text{ 的值域.}$$

14. 已知函数 $f(x) = \log_2(x+a) + \log_2(2-x)$, 且 $f(1) = 1$.

(1) 求 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 求关于 x 的不等式 $f(x) \leq f(2-x)$ 的解集.

思维探索 选做题

15. 已知实数 x, y 满足 $\log_2 x + e^{-y} < \log_2 y + e^{-x}$, 则下列结论一定正确的是 ()

A. $x > y$

B. $\ln|x-y| < 0$

C. $\ln|x-y+1| > 0$

D. $\ln|y-x+1| > 0$

16. [2023·山东日照高一期末] 设区间 A 是函数 $y=f(x)$ 定义域内的一个子集, 若存在 $x_0 \in A$, 使得 $f(x_0) = x_0$ 成立, 则称 x_0 是 $f(x)$ 的一个“不动点”, 也称 $f(x)$ 在区间 A 上存在不动点. 例如: $g(x) = 2x - 1$ 的“不动点”满足 $g(x_0) = 2x_0 - 1 = x_0$, 即 $g(x)$ 的“不动点”是 1. 设函数 $f(x) = \log_2(4^x + a \cdot 2^{x-1} - 6)$, $x \in [1, 2]$.

(1) 若 $a = 4$, 求函数 $f(x)$ 的“不动点”;

(2) 若函数 $f(x)$ 不存在不动点, 求实数 a 的取值范围.

